

Exercice 1

1) Pour 1,75 :

$$1,75 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = (1,11)_2$$

• Pour 42,625 :

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ \hline 0 & 21 \\ & 2 \\ \hline 1 & 10 \\ & 2 \\ \hline 0 & 5 \\ & 2 \\ \hline 1 & 2 \\ & 2 \\ \hline 0 & 1 \\ & 2 \\ \hline 1 & 0 \end{array} \quad \text{donc } 42 = (101010)_2$$

$$0,625 = 0,5 + 0,125 = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = (0,101)_2$$

$$\text{donc } 42,625 = (101010,101)_2$$

• Pour -2020,3 :

$$2020 = (1111100100)_2 \text{ en faisant les divisions successives par 2.}$$

$$\begin{array}{l} 0,3 \times 2 = 0,6 \\ 0,6 \times 2 = 1,2 \\ 0,2 \times 2 = 0,4 \\ 0,4 \times 2 = 0,8 \\ 0,8 \times 2 = 1,6 \\ 0,6 \times 2 = 1,2 \end{array} \quad \text{cycle "1001"}$$

$$\text{donc : } 0,3 = (0,01001100110011\dots)_2$$

$$-2020,3 = (-11111100100,01001100110011\dots)_2$$

$$2) (10101,11)_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} = 16 + 4 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 21,75$$

$$\begin{aligned} (-1111011,00011)_2 &= -(2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2}) \\ &= -(64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \\ &= -123,09375 \end{aligned}$$

Exercice 2

$$\begin{array}{l} 1) 0,1 \times 2 = 0,2 \\ 0,2 \times 2 = 0,4 \\ 0,4 \times 2 = 0,8 \\ 0,8 \times 2 = 1,6 \\ 0,6 \times 2 = 1,2 \\ 0,2 \times 2 = 0,4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{cycle} \\ \text{"0011"} \end{array}$$

$$\text{donc } 0,1 = (0,0001100110011\dots)_2$$

L'écriture binaire est cyclique et infinie

$$2) 0,1 = (+1,100110011\dots \times 2^{-4})_2$$

3) Signe : + codé par 0

mantisse : 1,100110011... (seuls les chiffres après la virgule sont codés)

$$10011001100110011001100$$

exposant : -4 codé par $-4 + 127 = 123$

$$\text{et } 123 = (1111011)_2$$

donc l'exposant est codé sur 8 bits par :

$$01111011 \quad (\text{on a ajouté un zéro pour arriver à 8 bits})$$

Conclusion : 0,1 est codé sur 32 bits par le mot

$$0 \quad 01111011 \quad 10011001100110011001100$$

↑ ↑ ↑
signe exposant mantisse
(1 bit) (8 bits) (sur 23 bits)

Exercice 3

$$1) 0,25 = 0 + \frac{1}{4} = (0,01)_2$$

donc l'écriture binaire de 0,25 est finie.

$$2) 0,25 = (1,00\dots 0 \times 2^{-2})_2$$

3) signe : + codé par le bit 0

mantisse : 1,00...0 codée sur 23 bits

$$\text{par } \underbrace{00\dots 0}_{23 \text{ bits}}$$

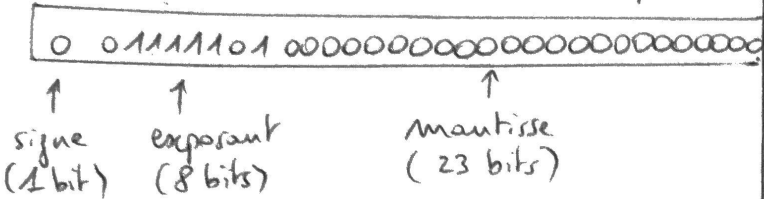
(on pourrait aussi faire une suite de multiplications par 2)

exposant: -2 codé par l'écriture binaire

de $-2 + 127 = 125$

et $125 = (1111101)_2$ donc l'exposant est codé par 01111101

Conclusion: 0,25 est codé sur 32 bits par le mot:



Exercice 4

- $\frac{1}{3} \times 2 = 0 + \frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3} \times 2 = 1 + \frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3} \times 2 = 0 + \frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3} \times 2 = 1 + \frac{1}{3}$

cycle "01"

L'écriture binaire de $\frac{1}{3}$ est cyclique et infinie.

$$\frac{1}{3} = (0,010101\dots)_2$$

2) $\frac{1}{3} = (1,010101\dots \times 2^{-2})_2$

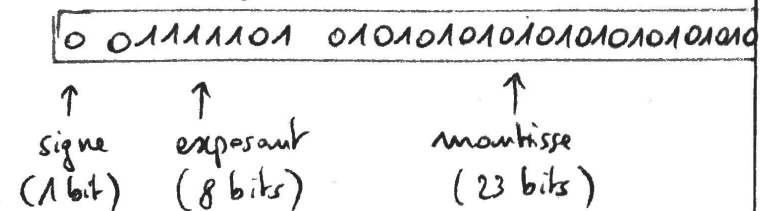
3) signe: + codé par le bit 0

mantisse: 1,010101... codée sur 23 bits par $010101\dots$

exposant: -2 codé par l'écriture binaire de $-2 + 127 = 125$ donc codé sur 8 bits

par: 01111101

Conclusion: $\frac{1}{3}$ est codé sur 32 bits par le mot:



Exercice 5

1) Signe: codé par 0 donc (+)

exposant: codé par 01101100

or $(00010111)_2 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^4 = 23$

donc l'exposant est $23 - 127 = -104$

(ne pas oublier d'enlever 127)

mantisse codée par 11011100...0

donc elle vaut $1,11011100\dots = 1,110111$

Conclusion: le mot donné est la représentation du nombre flottant:

$+1,110111 \times 2^{-104}$ ← écrit en base 10

2) signe: codé par 1 donc (-)

exposant: codé par 01101100

or $01101100 = 2^2 + 2^3 + 2^5 + 2^6 = 108$

donc l'exposant est $108 - 127 = -19$

(ne pas oublier d'enlever 127)

mantisse: codée par 0001000100...0

donc elle vaut $1,0001000100\dots = 1,00010001$

Conclusion: le mot donné est la représentation du nombre flottant:

$-1,0010001 \times 2^{-19}$ ← écrit en base 10

Exercice 6

1) $1,000\dots001 \times 2^0$ car $1.0 = 1,00\dots0 \times 2^0$

2) $1,111\dots11 \times 2^0$ car $2.0 = 1,00\dots0 \times 2^1$

3) $1,00\dots01 \times 2^{53}$ car $2^{53} = 1,0\dots0 \times 2^{53}$

or, $1,00\dots01 \times 2^{53} = (1 + 2^{-52}) \times 2^{53} = 2^{53} + 2$

Le plus petit flottant supérieur à 2^{53} est $2^{53} + 2$ donc il n'est pas possible de représenter $2^{53} + 1$ qui est donc égal à 2^{53} en machine