Exercices : CORRECTION

Exercice 1

1) • Pour 1,75 :

$$1,75 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \boxed{= (1,11)_2}$$

• Pour 42,625 :

$$\begin{array}{l|l} 42 & 2 \\ 0 & 21 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 21 & 2 \\ 1 & 10 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 10 & 2 \\ 0 & 5 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 5 & 2 \\ 1 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{array}$$

donc $42 = (101010)_2$

$$0,625 = 0,5 + 0,125 = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = (0,101)_2$$

donc $\boxed{42,625 = (101010,101)_2}$

• Pour -2020,3 :

$2020 = (11111100100)_2$ en faisant les divisions successives par 2.

$$\begin{aligned} 0,3 \times 2 &= 0,6 \\ 0,6 \times 2 &= 1,2 \\ 0,2 \times 2 &= 0,4 \\ 0,4 \times 2 &= 0,8 \\ 0,8 \times 2 &= 1,6 \\ 0,6 \times 2 &= 1,2 \end{aligned}$$

cycle "1001"

donc : $0,3 = (0,0100110011001\ldots)_2$

$$\boxed{-2020,3 = (-11111100100,0100110011001\ldots)_2}$$

2) $(10101,11)_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2}$
$= 16 + 4 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \boxed{= 21,75}$

$(-1111011,00011)_2 = -(2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0 + 2^{-4} + 2^{-5})$
$= -(64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1 + \frac{1}{16} + \frac{1}{32})$
$\boxed{= -123,09375}$

Exercice 2

1)
$$\begin{aligned} 0,1 \times 2 &= 0,2 \\ 0,2 \times 2 &= 0,4 \\ 0,4 \times 2 &= 0,8 \\ 0,8 \times 2 &= 1,6 \\ 0,6 \times 2 &= 1,2 \\ 0,2 \times 2 &= 0,4 \end{aligned}$$

cycle "0011"

donc $\boxed{0,1 = (0,0001100110011\ldots)_2}$

L'écriture binaire est cyclique et infinie

2) $\boxed{0,1 = (+1,100110011\ldots \times 2^{-4})_2}$

3) Signe : + codé par $\boxed{0}$

mantisse : 1,100110011... (seuls les chiffres après la virgule sont codés)
codée sur 23 bits par :
$\boxed{10011001100110011001100}$

exposant : -4 codé par $-4 + 127 = 123$
et $123 = (1111011)_2$
donc l'exposant est codé sur 8 bits par :
$\boxed{01111011}$ (on a ajouté un zéro pour arriver à 8 bits)

Conclusion : 0,1 est codé sur 32 bits par le mot

$\boxed{0 \; 01111011 \; 10011001100110011001100}$

signe (1 bit) — exposant (8 bits) — mantisse (sur 23 bits)

Exercice 3

1) $0,25 = 0 + \frac{1}{4} \boxed{= (0,01)_2}$ (on pouvait aussi faire une suite de multiplications par 2)

donc l'écriture binaire de 0,25 est finie.

2) $\boxed{0,25 = (1,00\ldots0 \times 2^{-2})_2}$

3) signe : + codé par le bit $\boxed{0}$

mantisse : 1,00...0 codée sur 23 bits

par $\underbrace{\boxed{00\ldots0}}_{23 \text{ bits}}$

exposant : -2 codé par l'écriture binaire de $-2+127=125$

et $125=(1111101)_2$ donc l'exposant est codé par $\boxed{01111101}$

Conclusion : 0,25 est codé sur 32 bits par le mot :

$\boxed{0\ 01111101\ 00000000000000000000000}$

signe (1 bit) exposant (8 bits) mantisse (23 bits)

Exercice 4

1) $\frac{1}{3}\times 2 = 0 + \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}\times 2 = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}\times 2 = 0 + \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}\times 2 = 1 + \frac{1}{3}$

cycle "01"

L'écriture binaire de $\frac{1}{3}$ est cyclique et infinie.

$\boxed{\frac{1}{3} = (0,010101\ldots)_2}$

2) $\boxed{\frac{1}{3} = (+1,010101\ldots \times 2^{-2})_2}$

3) signe : + codé par le bit $\boxed{0}$

mantisse : $1,010101\ldots$ codée sur 23 bits par $\underbrace{\boxed{010101\ldots}}_{23\text{ bits}}$

exposant : -2 codé par l'écriture binaire de $-2+127=125$ donc codé sur 8 bits par : $\boxed{01111101}$

Conclusion : $\frac{1}{3}$ est codé sur 32 bits par le mot :

$\boxed{0\ 01111101\ 01010101010101010101010}$

signe (1 bit) exposant (8 bits) mantisse (23 bits)

Exercice 5

1) Signe : codé par 0 donc (+)

exposant : codé par 01101100

or $(00010111)_2 = 2^0+2^1+2^2+2^4 = 23$

donc l'exposant est $23-127 \boxed{=-104}$

(ne pas oublier d'enlever 127)

mantisse codée par $11011100\ldots0$

donc elle vaut $1,11011100\ldots \boxed{=1,110111}$

Conclusion : le mot donné est la représentation du nombre flottant :

$\boxed{+1,110111 \times 2^{-104}}$ ← écrit en base 10

2) signe : codé par 1 donc (−)

exposant : codé par 01101100

or $01101100 = 2^2+2^3+2^5+2^6 = 108$

donc l'exposant est $108-127 \boxed{=-19}$

(ne pas oublier d'enlever 127)

mantisse : codée par $0001000100\ldots0$

donc elle vaut $1,000100010 0\ldots0 \boxed{=1,0001000 1}$

Conclusion : le mot donné est la représentation du nombre flottant :

$\boxed{-1,0010001 \times 2^{-19}}$ ← écrit en base 10

Exercice 6

1) $\boxed{1,\underbrace{000\ldots001}_{52\text{ valeurs}} \times 2^0}$ car $1.0 = 1,00..0\times 2^0$

2) $\boxed{1,\underbrace{111\ldots11}_{52\text{ valeurs}} \times 2^0}$ car $2.0 = 1,00\ldots0\times 2^1$

3) $\boxed{1,00\ldots01 \times 2^{53}}$ car $2^{53} = 1,0\ldots0 \times 2^{53}$

or, $1,00\ldots01 \times 2^{53} = (1+2^{-52})\times 2^{53} \boxed{=2^{53}+2}$

52ème bit de la mantisse

Le plus petit flottant supérieur à 2^{53} est $2^{53}+2$ donc il n'est pas possible de représenter $2^{53}+1$ qui est donc égal à 2^{53} en machine